

SOLUCIONARIO DE LA SECCIÓN DE MATEMÁTICAS DE EXÁMENES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA 2006-2010

He tenido la suerte de pasar a la Nacho (Nombre que da el vulgo a la Magnánima Universidad Nacional de Colombia) la primera vez que me presenté. Pero por cuestiones vocacionales me retiré de ingeniería de sistemas para presentarme a medicina. Pues la medicina china me encanta...

En fin... Este proyecto nace por necesidad. La necesidad de retribuir lo que se me ha otorgado y de estudiar para el nuevo examen de admisión. Gracias a www.pasaralaunacional.com y a Cristian Hernández por publicar los exámenes de 2006 a 2010 y por solucionar los de los últimos años, respectivamente.

Este es un gesto de agradecimiento que espero le sirva a mucha gente. Siempre he sido ~~no tan~~ ~~male~~ medianamente bueno en matemáticas, y la ventaja de que sea matemáticas y no literatura o sociales es que se puede estar más seguro de las respuestas sin temor a la "interpretación subjetiva del sentido de tal o cual palabra..."

La mayoría de ejercicios están resueltos, algunos tienen una que otra demostración... Pero sólo algunos... Cuando me he equivocado en algún ejercicio y la equivocación no ha sido tan infantil, he dejado la huella del error para no caer en el mismo.

Si encuentra alguna errata, señor lector, por favor escríbame a kamilioelgenial@hotmail.com : se lo agradeceré infinitamente.

La idea del solucionario es ver el examen, que lo pueden descargar en <http://www.descargas.pasaralaunacional.com/estructura-y-respuestas-de-los-examenes-de-admision-de-la-unal>

e ir resolviendo cada problema.

(El examen 2008-1 aún no está publicado. Espero hacerlo pronto.)(Los solucionarios de 2010-1, 2006-2 y 2010-1 están hechos, pero me toca pasarlos para que se vean medio decentes... Esta semana lo hago.)

Algunos símbolos que usé en la solución del examen(si no se entiende alguno, pregúntenme...)

Algunos símbolos usados:

$\dot{\cdot}$ → "lo que equivale a decir"
 \in → "pertenece a"
 $|$ → "tal que"
 \wedge → "y"
 \emptyset → "cero"

\forall → Para todo
 \exists → Existe un
 \Rightarrow → Entonces
 \forall → "o"
 \forall → tachón
forma 2

\forall → tachón
 \cong → "congruente"
 \mathbb{R} → Números reales
 \mathbb{Z} → Números enteros
 0 → cero

¡QUE COMIENZE LA FIESTA!

Camilo Alberto Pinzón Galvis

66. Hay más hombres que mujeres. Las demás respuestas están erradas.

66.A.

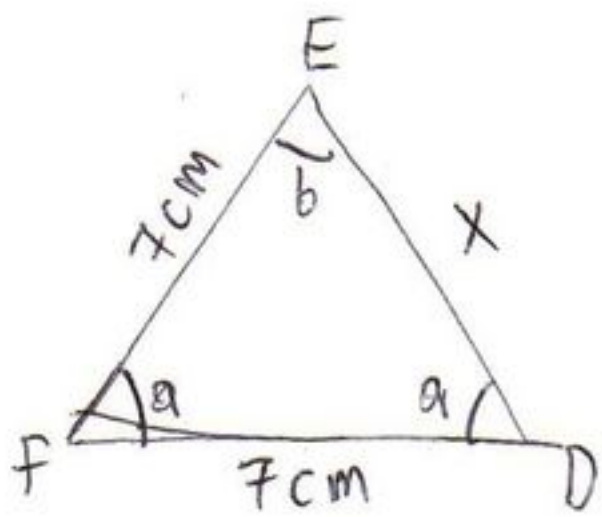
67.C. Las diagonales de un rectángulo no son necesariamente perpendiculares



67.C

68. El máximo de $5 \sin 2x$ es 5 pues $\sin(2x)$ puede tomar valores entre $-1 \leq \sin(2x) \leq 1$, y $5 \times 1 = 5$.

^a
68.B



69.

$x = 7$ pues el ángulo a es igual en EFD y en EDF .

$a = b$ porque la única forma en que $FE = 7$ se cumple es con esta condición

Es decir que el triángulo es equilátero, por lo que
 $x = 7$, $a = b = 60^\circ$

69.D

70.

$$2x - 3y = 5$$

$$3x - 2y = 7$$

$$x = \frac{5+3y}{2}$$

$$x = \frac{22}{5} \div 2 = \frac{11}{5} = x$$

$$3\left(\frac{5+3y}{2}\right) - 2y = 7 \quad \therefore \quad 7+2y = \frac{15+9y}{2} \quad \therefore \quad 14+4y = 15+9y$$

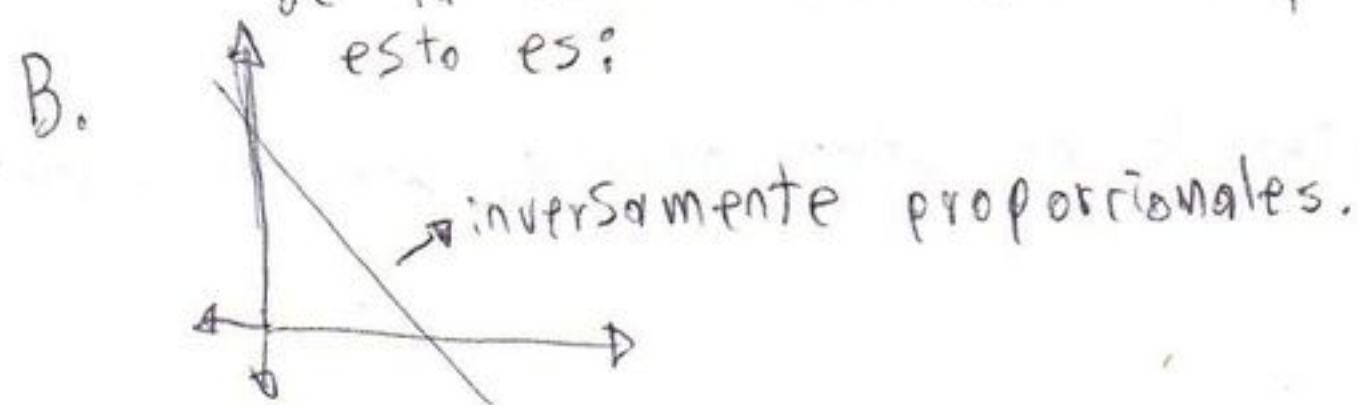
$$9y - 4y = 14 - 15 \quad \therefore \quad 5y = -1 \quad \therefore \quad y = -\frac{1}{5}$$

70.B Solución única: Era más fácil sacar el determinante de la matriz, pero es más entendible así.

71. $\angle 5 = 180^\circ - \angle 4 \therefore \angle 5 = 180^\circ - 60^\circ = \boxed{120^\circ = \angle 5}$

71.A

72. Que sean inversamente proporcionales quiere decir que la pendiente m de la función sea constante y negativa. La única gráfica que cumple esto es:



72.B

73. $\log_3(9x) = 0$ $\log_3 9 = 2 \therefore 3^2 = 9$

$3^0 = 9x$

$1 = 9x \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{9}}$

73.D

74. $f(360) = 2160$

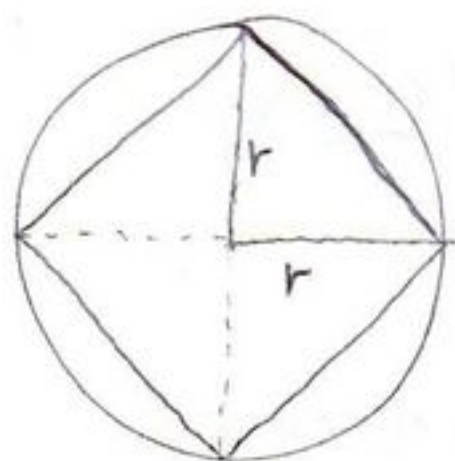
$$\frac{\overset{6}{36} \cdot 2160}{36 \cdot 6} = 6$$

$P_T = 6 \cdot P_L$

Peso del alce en la tierra $\Rightarrow 1800 = 6 \cdot P_L \therefore P_L = \frac{1800}{6} = \boxed{300 = P_L}$

74.D

75.



$A_{\text{triangulo}} = A_T = \frac{r \cdot r}{2} = \frac{r^2}{2}$

$A_{\text{cuadrado}} = A_C = 4 A_T = 4 \left(\frac{r^2}{2} \right) = \boxed{2r^2 = A_C}$

75.B

76. El almacén posee 900 pc marca A y 825 pc marca B.

M.C.D

Maximo común Divisor = Número de compañías a las cuales se les puede distribuir un mismo número de computadores A y un mismo # de pcs marca B.

$$\begin{array}{r|l}
 900 & 3 \\
 825 & 5 \\
 \hline
 300 & 275 \\
 160 & 55 \\
 12 & 11 \\
 \hline
 & 25 \text{ (75)}
 \end{array}$$

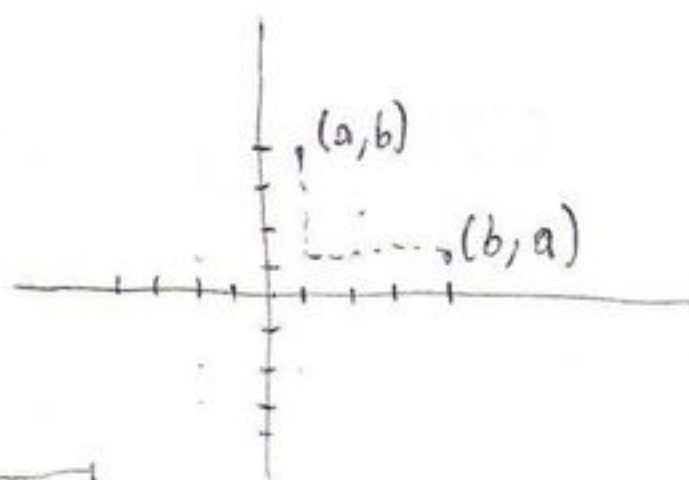
Es decir, que se le pueden dar 11 computadores B y 12 computadores A a 75 compañías.

76. A

77. (1) distancia entre P y Q. P: (a,b) Q: (b,a)

(1) F

$$\begin{aligned}
 d(PQ)^2 &= (a-b)^2 + (b-a)^2 \\
 &= a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2ab + a^2 \\
 &= 2a^2 - 4ab + 2b^2 \\
 &= 2(a^2 - 2ab + b^2) = 2(a-b)^2
 \end{aligned}$$



$$d(PQ) = \sqrt{2(a-b)^2} = \sqrt{2} |a-b| = d(PQ)$$

(2) Pendiente = m.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{b-a}{a-b} \quad a \neq b$$

$$m = \frac{-1(a-b)}{(a-b)} = -1 \quad \boxed{m = -1}$$

(2) V

(3) \overline{PQ} corta al eje y en $y = a+b$.

(4) \overline{PQ} corta al eje x en $x = a+b$.

$$\begin{aligned}
 y - y_1 &= m(x - x_1) \\
 y - b &= m(x - a) \\
 y - b &= -1(x - a) \\
 y - b &= a - x \\
 y &= (a+b) - x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y - y_1 &= m(x - x_1) \\
 y - b &= -1(x - a) \\
 y - b &= a - x \\
 x &= (a+b) - y
 \end{aligned}$$

!! ≠ factorial

si $y = 0$

$x = a+b$ lo corta en $x = a+b$!!

(2), (3) y (4) son verdaderas.

Por tanto es cierto:

77. C

si $x = 0$

$y = a+b$ lo corta en $y = a+b$!!

78. $[0, 2\pi)$

$$2 - 8 \cos^2 t = 0$$

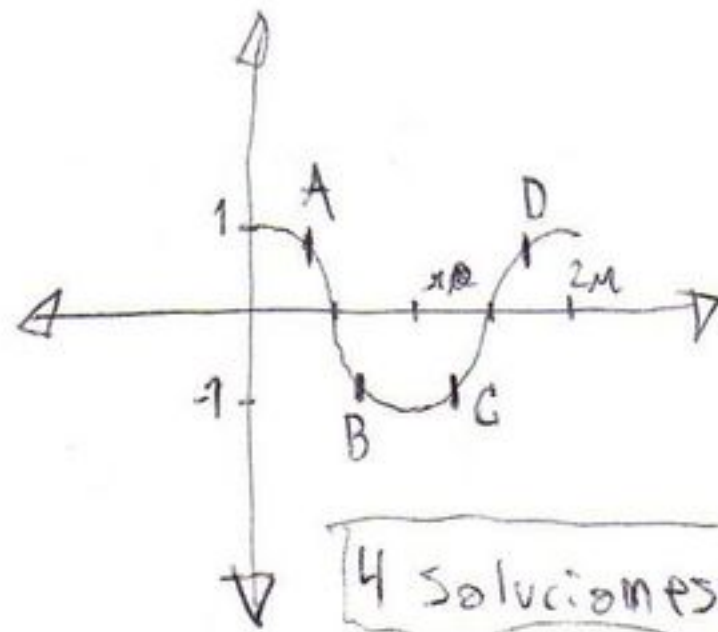
$$8 \cos^2 t = 2$$

$$\cos^2 t = \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{\cos^2 t} = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\pm \cos t = \frac{1}{2}$$

$$\cos t = \pm \frac{1}{2}$$



4 soluciones: A, B, C y D

78.C

79. $\frac{D}{r} = \frac{dc}{c}$

$$D = dc + r$$

$$D = (x^2 - 1)(3x - 5) + (10x - 6) + r$$

$$= 3x^3 - 5x^2 - 3x + 5 + 10x - 6$$

$$= 3x^3 - 5x^2 + 7x - 1$$

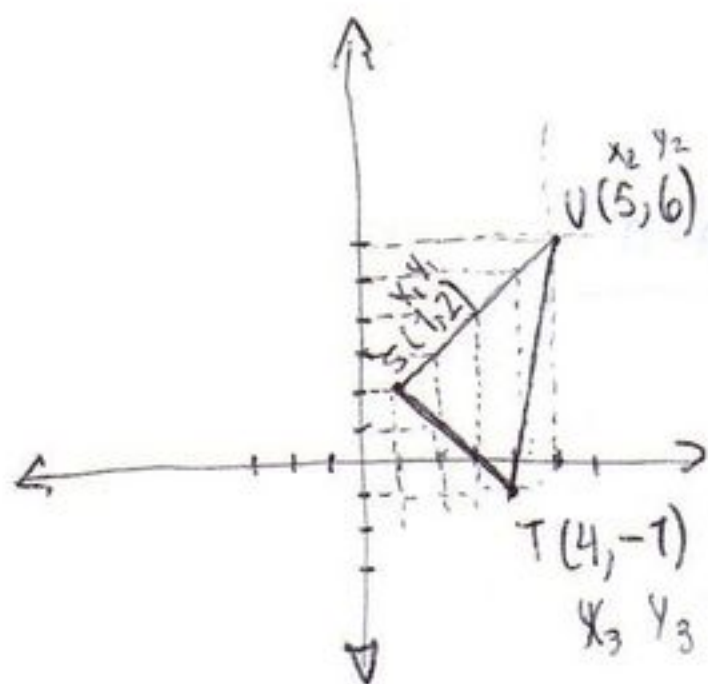
$b = -5$

$$\frac{15}{1} = \frac{2 \cdot 7}{7}$$

$$15 = 2 \cdot 7 + 1$$

79.D

80.



si dos rectas forman ángulos rectos, el producto de su pendiente es -1

Para \overline{US}

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m_{US}$$

$$\frac{6 - 2}{5 - 1} = \frac{4}{4} = 1 = m_{US}$$

Para \overline{ST} :

$$\frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} = \frac{-1 - 2}{4 - 1} = \frac{-3}{3} = -1 = m_{ST}$$

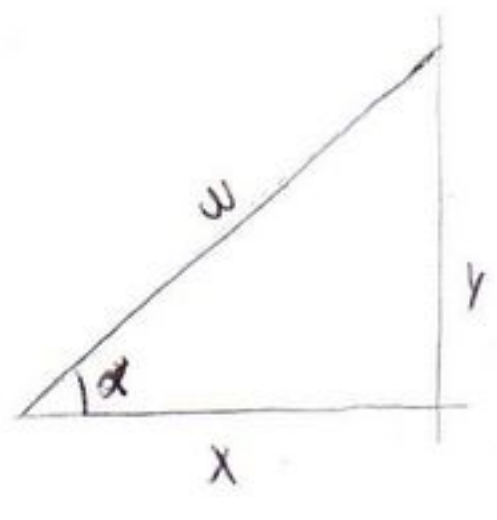
Por lo tanto, como

$$m_{ST} \cdot m_{US} = -1 \cdot 1 = -1$$

Los segmentos de recta son perpendiculares, con ángulo recto en S.

80.B

81.



Si la sombra es mayor que la altura...

$$x > y$$

por tanto

$$\cos \alpha = \frac{x}{w} \quad \sin \alpha = \frac{y}{w}$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{x}{w} \div \frac{y}{w} = \frac{x}{y} > 1 \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} > 1 \therefore \boxed{\cos \alpha > \sin \alpha} \quad (2)$$

$$\boxed{0^\circ < \alpha < 45^\circ} \quad (3)$$

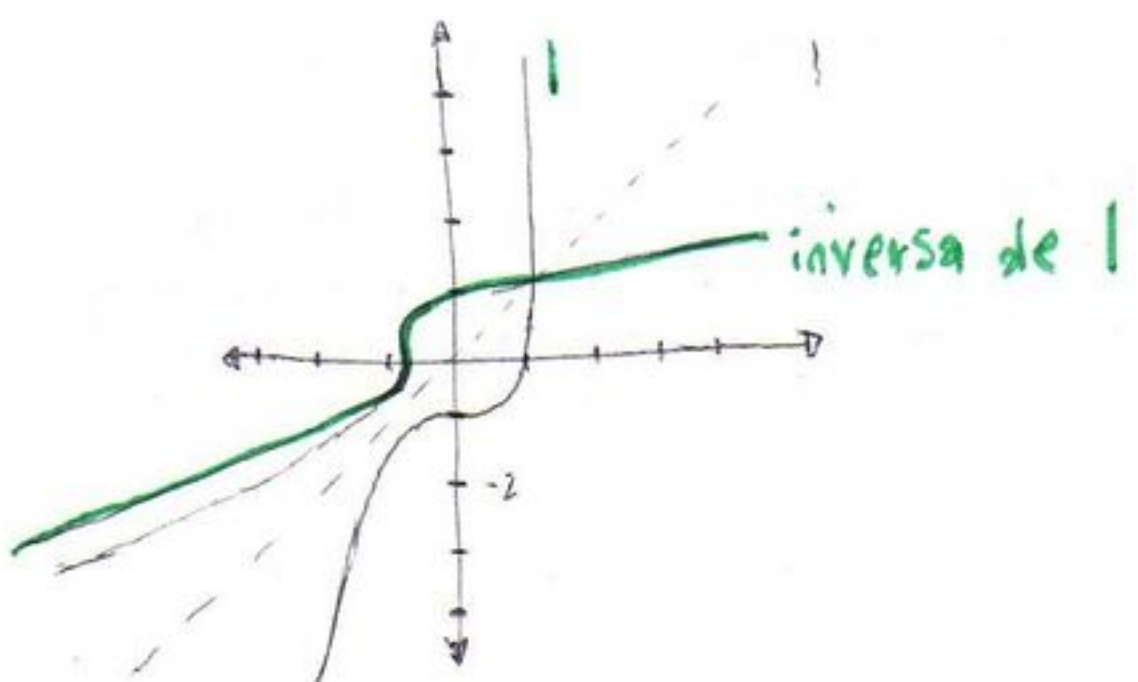
81.A

82. La única manera de probarlo (dadas mis casi nulos conocimientos en demostraciones) es reemplazando primos en la formula. Si alguno da el resultado, apuesto por ESP...

- A. $2^{p-1} \quad p=2. \quad 2^2-1 = 1 \rightarrow$ No es perfecto
- B. $2^{p-1}(2^p-1) = 2^{2-1}(2^2-1) = 2 \cdot 3 = 6 = 2+3+1$. Perfecto. Es. p=2
- C. $2^{p-1}(2^p+1) = 2^{2-1}(2^2+1) = 2 \cdot 5 = 10 \neq 5+2+1$. NO es perfecto.
- D. $2^p = 2^2 = 4. \quad 4 \neq 2+1$. NO ES PERFECTO

82.B

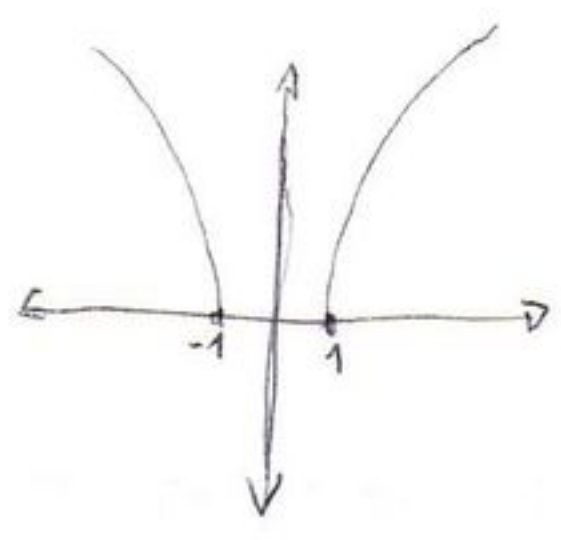
83. La inversa de l es un... tales que (a,b) e a la gráfica de l.



83.C

84. $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ $-1 \leq x \leq 1$

$y = \sqrt{x^2 - 1}$



Por descarte. Más fácil!

85. Después de investigar mucho en internet, descubrí que:

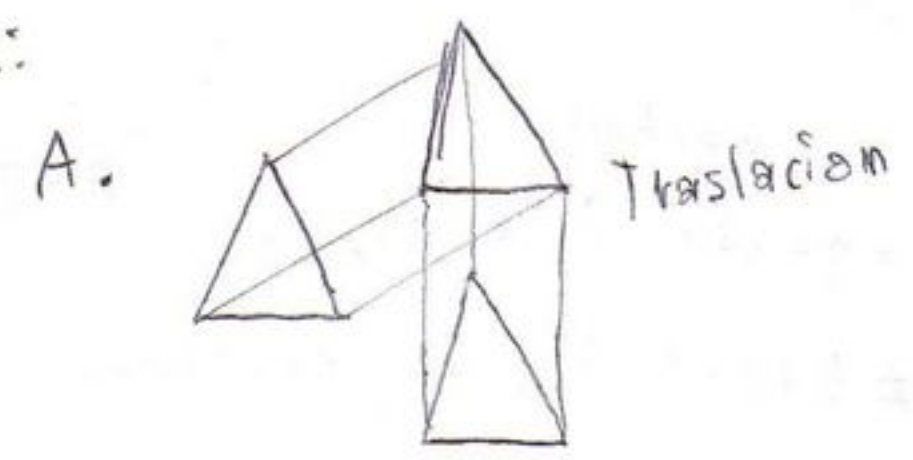
A. traslación: mover la figura sin rotarla

B. simetría respecto a una recta o axial: se traza una recta y la distancia de cada punto de las dos figuras ~~debe ser igual~~ a la recta es igual.

C. Homotecia de razón positiva: se coloca un punto O, del cual debe separarse cada punto de las dos figuras una distancia proporcional en cada una de las dos. Agrandar o achicar...

D. simetría respecto a un punto o central: misma distancia de cada punto a un centro O de las dos figuras. Puntos colineales.

Ejemplos:



Nota: La homotecia de razón negativa parece una generalización de la simetría respecto a un punto o central, ya que en la homotecia las distancias pueden ser proporcionales ~~en~~ mientras que en la simetría deben ser iguales.

85.D