SOLUCIONARIO DE LA SECCIÓN DE MATEMÁTICAS DE EXÁMENES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA 2006-2010

He tenido la suerte de pasar a la Nacho (Nombre que da el vulgo a la Magnánima Universidad Nacional de Colombia) la primera vez que me presenté. Pero por cuestiones vocacionales me retiré de ingeniería de sistemas para presentarme a medicina. Pues la medicina china me encanta…

En fin… Este proyecto nace por necesidad. La necesidad de retribuir lo que se me ha otorgado y de estudiar para el nuevo examen de admisión. Gracias a www.pasaralaunacional.com y a Cristian Hernández por publicar los exámenes de 2006 a 2010 y por solucionar los de los últimos años, respectivamente.

Este es un gesto de agradecimiento que espero le sirva a mucha gente. Siempre he sido ~~no tan malo~~ medianamente bueno en matemáticas, y la ventaja de que sea matemáticas y no literatura o sociales es que se puede estar más seguro de las respuestas sin temor a la "interpretación subjetiva del sentido de tal o cual palabra…"

La mayoría de ejercicios están resueltos, algunos tienen una que otra demostración… Pero sólo algunos… Cuando me he equivocado en algún ejercicio y la equivocación no ha sido tan infantil, he dejado la huella del error para no caer en el mismo.

Si encuentra alguna errata, señor lector, por favor escríbame a kamiloelgenial@hotmail.com : se lo agradeceré infinitamente.

La idea del solucionario es ver el examen, que lo pueden descargar en http://www.descargas.pasaralaunacional.com/estructura-y-respuestas-de-los-examenes-de-admision-de-la-unal

e ir resolviendo cada problema.

(El examen 2008-1 aún no está publicado. Espero hacerlo pronto.)(Los solucionarios de 2010-1, 2006-2 y 2010-1 están hechos, pero me toca pasarlos para que se vean medio decentes… Esta semana lo hago.)

Algunos símbolos que usé en la solución del examen(si no se entiende alguno, pregúntenme…)

Algunos símbolos usados:

$\therefore$ → "o lo que equivale a decir"
$\in$ → "pertenece a"
$|$ → "tal que"
$\wedge$ → "y"
$\emptyset$ → "cero"

$\forall$ → Para todo
$\exists$ → Existe un
$\Rightarrow$ → Entonces
$\vee$ → "o"
→ tachón forma 2

→ tachón
$\cong$ → "congruente"
$\mathbb{R}$ → Números reales
$\mathbb{Z}$ → Números enteros
0 → cero

¡QUE COMIENCE LA FIESTA!

Camilo Alberto Pinzón Galvis

58.

$m^2 - n^2$

$m, n \in \mathbb{Z}$.

A. $m^2 - n^2$ es el cuadrado de un entero. → F.

$5^2 - 2^2 = 25 - 4 = 21$. $\sqrt{21} \notin \mathbb{Z}^+$

B. es igual a $\emptyset$ sólo si $m = n$. F.

$(-3)^2 - (3^2) = \emptyset$ $\quad m = -3;\ n = 3 \}$ contraejemplo. Revisar demostraciones por contraejemplo.

$9 - 9 = \emptyset$

C. Es par sólo si m y n son pares. F.

$m, n \in$ par. $\quad m^2 \in$ par, $n^2 \in$ par $\quad m^2 - n^2 \in$ par

$m, n \in$ impar. $\quad m^2 \in$ impar, $n^2 \in$ impar. $\quad m^2 - n^2 \in$ par. contraejemplo:

sólo si implica que no hay otra forma. podemos ver que si restamos dos impares el resultado es par: $5^2 - 3^2 = 25 - 9 = \boxed{16}$

D. es impar si m es par y n es impar. V

$m^2 \in$ par; $n^2 \in$ impar. $\boxed{m^2 - n^2 \in \text{impar}}$

Demostración: m es de la forma 2K; n de la forma $2f+1$; $f, K \in \mathbb{Z}$

$$(2k)^2 - (2f+1)^2 = 2k^2 - 2(4f^2 + 2f + 1) = \boxed{2(k^2 - 2f^2 - 2f) - 1}\ \boxed{\text{impar}}$$

$\boxed{58.D}$

el -1 implica, al igual que el $+1$, que un número par (pues en este caso $K^2 - 2f^2 - 2f$ se multiplica por 2) se vuelve impar inmediatamente.

---

59. A. $2^{n+2} - 1$. F.

$2^{1+2} - 1 = 2^3 - 1 = 7$?

Los enteros positivos comienzan en 1, 2, 3...
El cero no se considera entero positivo. ~~Además, si así fuese, este problema específico no lo permite pues sus respuestas no sirven...~~

B. $4^{n+2} - 1$. F

$4^3 - 1 = 64 - 1 = 63$: comienza en 3. No sirve.

C. $2^{2n} - 1$. V.

$2^{2n} - 1 = 4^n - 1$. $\left.\begin{array}{l} 4^1 - 1 = 3 \\ 4^2 - 1 = 15 \\ 4^3 - 1 = 63 \\ 4^4 - 1 = 255 \end{array}\right\}$ son las igualdades del problema.

D. $4^{2n} - 1$. F

$\boxed{59.C}$

$4^{2 \cdot 1} - 1 = 15$; comienza en 3. No sirve.

60. $\mathbf{K}$ = Carga
D = Diametro
L = Longitud

$\boxed{K = \frac{D^4}{L^2}}$ $\boxed{K_1 = \frac{D^4}{L^2}}$

$$K_2 = \left(\frac{D}{2}\right)^4 \div \left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{D^4}{2^4} \div \frac{L^2}{2^2} = \frac{2^2 D^4}{2^4 L^2}$$

$$K_2 = \frac{D^4}{2^2 L^2} \therefore 4K_2 = \frac{D^4}{L^2} \Rightarrow K_2 = \frac{K_1}{4}$$

$\boxed{60.D}$

La carga final K_2 se reduce a la cuarta parte de la carga original K_1.

61.

X. = precio.

$X - 0.2X =$ $\boxed{r = 0.2X}$

$0.8X$ = nuevo precio = n

$$0.8X + [0.8X * 0.2] = 0.8X + [0.16X]$$

$\boxed{a = 0.16X}$

$\boxed{r > a}$

$\boxed{61.B}$ Un comerciante no tan avaro... Interesante!

62. Area de labase = $A_b = (30-2X)(20-2X) = 600 - 60X - 40X + 4X^2$
$\boxed{= 600 - 100X + 4X^2}$

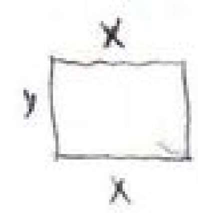
$\boxed{62.A}$

63.

$$\begin{cases} xy = 5600 \\ 2X + y = 220 \end{cases}$$

suponiendo que se conoce la suma de sus bases y una altura...

x = base
y = altura



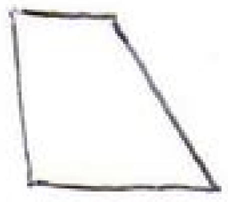
$\boxed{63.D}$

64. $$\frac{x^2 - y^2}{x+y} = \frac{(x-y)(x+y)}{(x+y)}$$

$X + Y \neq 0$
$\boxed{X \neq -Y}$ $\boxed{X - Y}$ $x - y$.

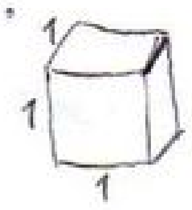
$\boxed{64.C}$ pues cuando $X = -y$, $\frac{x^2-y^2}{x+y}$ es indeterminado.

65. A. (F).



No es rectángulo!

B. (F). Cubo:



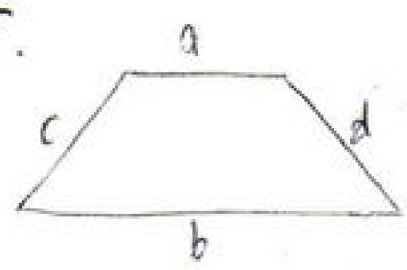
$V = 1\,cm^3$

$A_s = (1cm \cdot 1cm) * 6$ → pues son 6 caras...

$A_s = 6\,cm^2$

$V < A$

C. F.



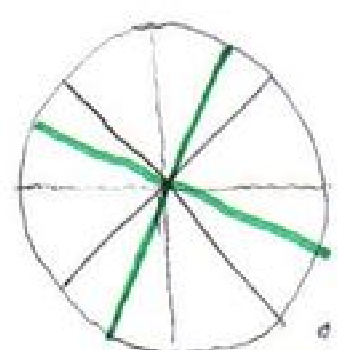
$a \parallel b$

$c \cong d$

$c \nparallel d$.

No es paralelogramo.

D. V.



— pareja 1

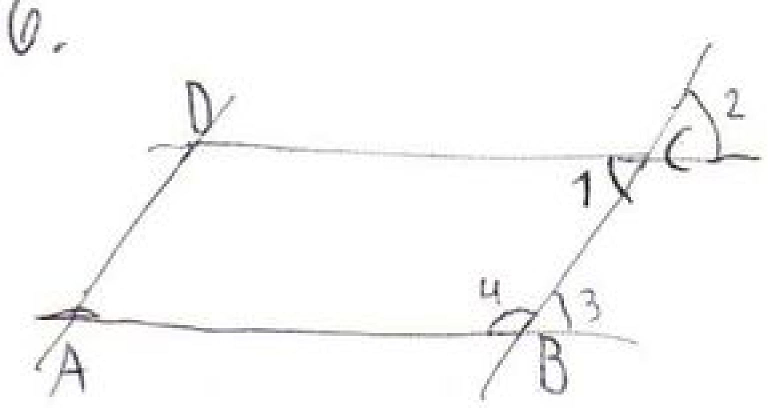
— pareja 2

— pareja 3.

¡Son infinitas!

$\boxed{65. D}$

66.



$\measuredangle 1 = \measuredangle 2$ opuestos por el vertice

$\measuredangle 2 = \measuredangle 3$ parejas de ángulos correspondientes

* $\measuredangle 4 + \measuredangle 3 = 180°$

$\measuredangle 4 + \measuredangle 1 = 180°$

* $\measuredangle 1 = \measuredangle 3$ = igualdad de ... si $a = b$, $b = c \Rightarrow a = c$. [No me acuerdo del nombrecillo!]

$\boxed{\measuredangle ABC + \measuredangle BCD = 180°}$ pues siempre forman estos ángulos parejas de esta forma.

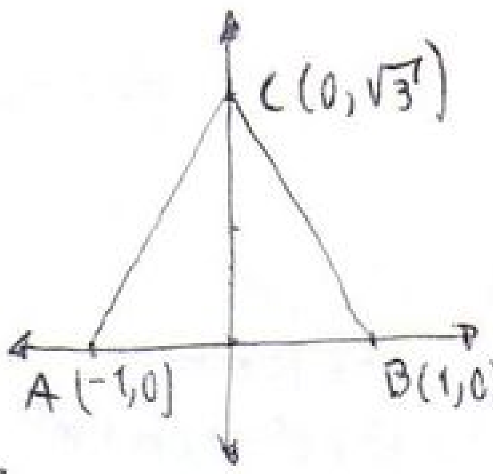
$\boxed{66. A}$

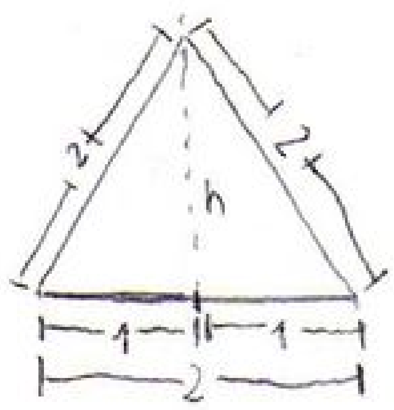
67. Revisar cuales puntos no cumplen la igualdad e ir descartando.

Ej: $(9,0)$ ó $(0,9)$ ó $(3,0)$, etc.

$\boxed{67. C}$

68.





$h^2 = 2^2 - 1^2$

$h^2 = 3$

$h = \sqrt{3}$

$\boxed{68. B}$

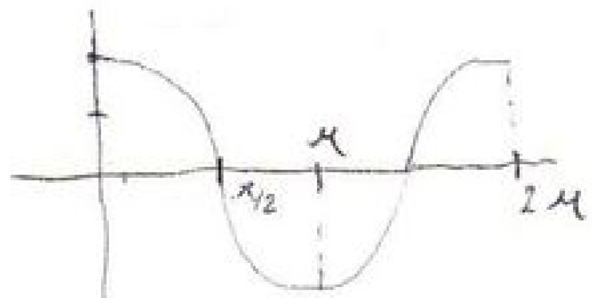
69. $\dfrac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos\alpha \cos\beta} = \dfrac{\cos\alpha \cdot \cos\beta - \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta}{\cos\alpha \cos\beta} = \boxed{1 - \tan\alpha \tan\beta}$

$\boxed{69. C}$ Me acordé de la fórmula... ¡Wao!

70. (1) Falso. Si $t=0$ v $t=1$

Cuando

$0<\frac{\pi}{5}t<\frac{\pi}{2}$ v $\frac{3\pi}{2}<t<2\pi$



$N(t)>4000.$

(2) Verdadero. Cuando $t=5.$ $\cos\left(\frac{\pi}{5}\cdot 5\right)\cdot 1000+4000=N(t)$

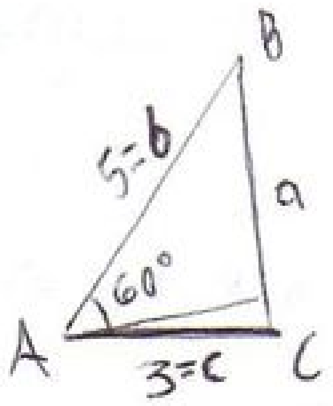
$-1\cdot 1000+4000=N(t)$

$N(t)=3000.$

Pues el menor valor de $\cos\theta$ es -1

70. D

71.



$\frac{a}{\operatorname{sen}A}=\frac{b}{\operatorname{sen}B}$: No sirve en este caso.

$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A$; Acabo de aprendermelo.
Revisar: Teorema del coseno.

$a^2=5^2+3^2-2\cdot 5\cdot 3\cdot\cos 60°$

$a^2=25+9-30\cdot\frac{1}{2}$

$a^2=25-15+9$

$=10+9$

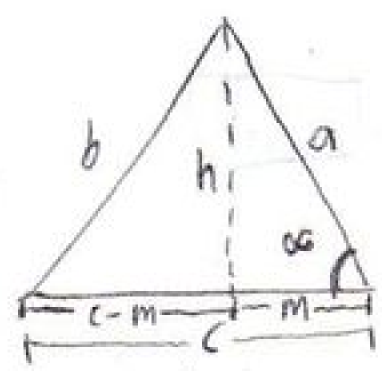
$a^2=19$

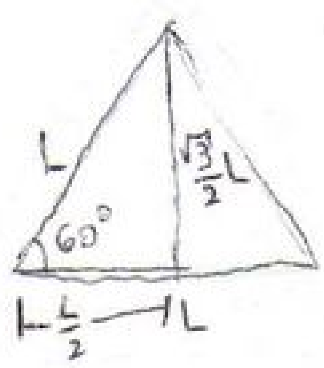
$a=\sqrt{19}$

$5>\sqrt{19}>4$

71. A

Demostración....





$\cos 60°=\frac{L}{2}\div L=\boxed{\frac{1}{2}}$

$a^2=h^2+(m)^2$

$b^2=h^2+(c-m)^2$

$b^2=h^2+c^2-2cm+m^2$

$b^2=\underbrace{h^2+m^2}_{}+c^2-2cm$

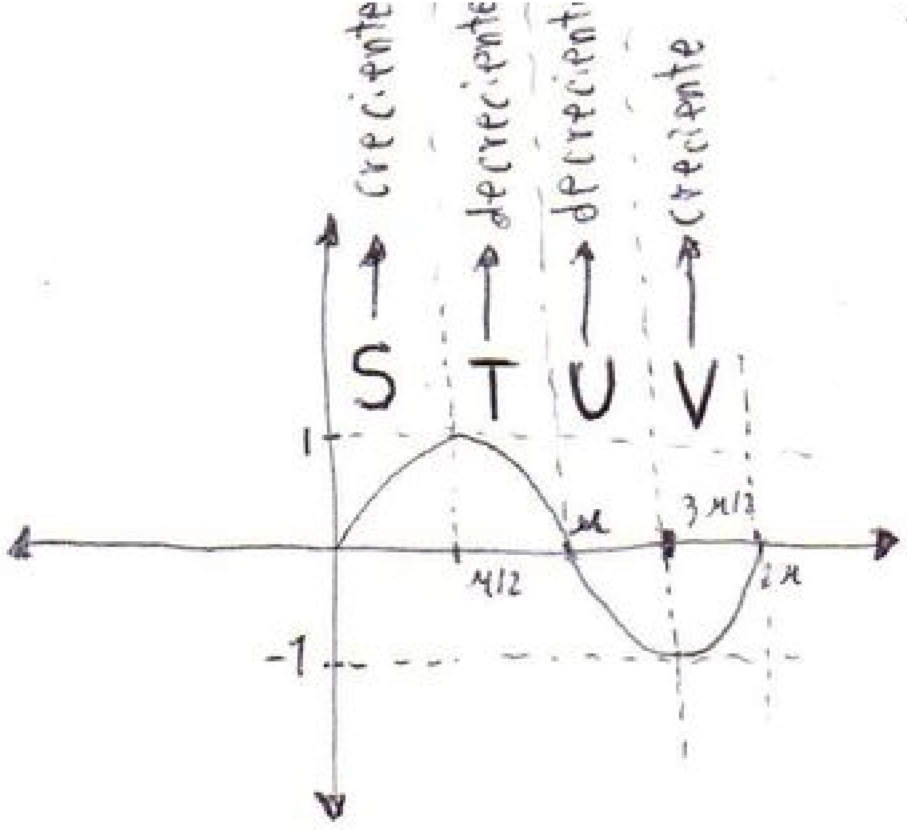
$b^2=a^2+c^2-2cm$

$\boxed{b^2=a^2+c^2-2ac\cdot\cos\alpha}$

$\frac{m}{a}=\cos\alpha$

$m=a\cos\alpha$

72.



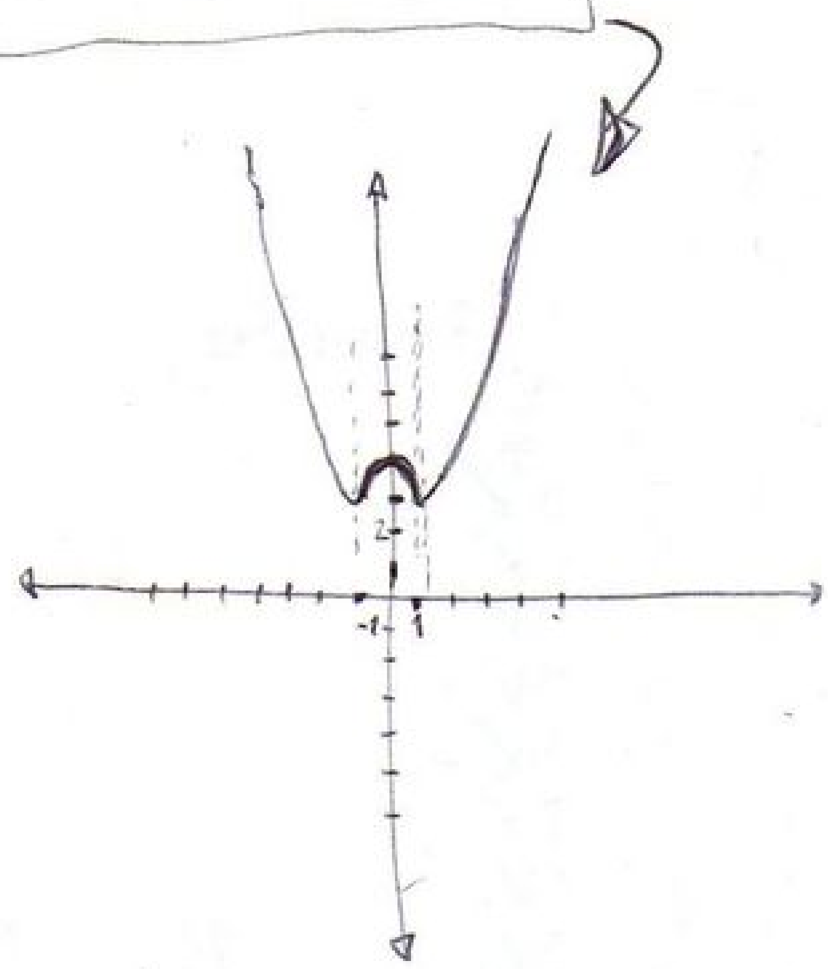
Creciente para S ó V.

$\boxed{72.\ B}$

73. $y = |1-x^2| + 3 \;\therefore\; f(x) = |1-x^2| + 3$

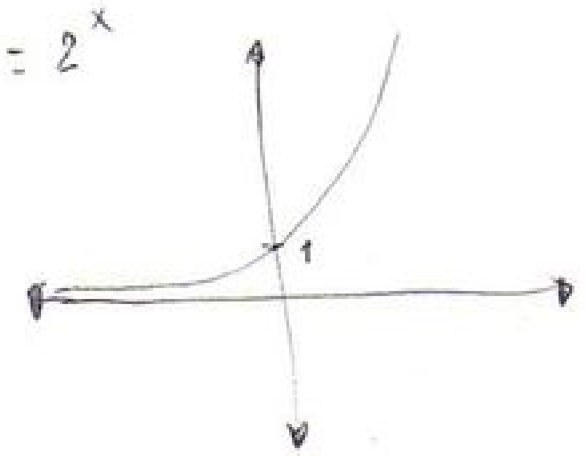
$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 + 3 = \boxed{4 - x^2 \quad \text{si } -1 < x < 1} \\ x^2 - 1 + 3 = \boxed{x^2 + 2 \quad \text{en otro caso}} \end{cases}$$

$$|1-x^2| = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{si } -1 < x < +1 \\ x^2 - 1 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

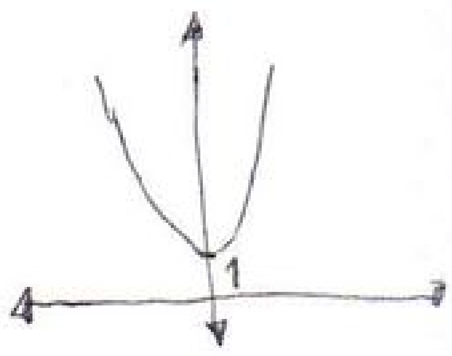


$\boxed{73.\ B}$

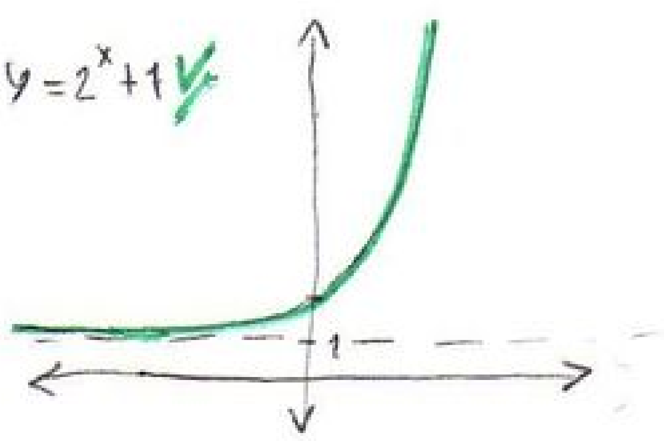
74. A. $y = 2^x$



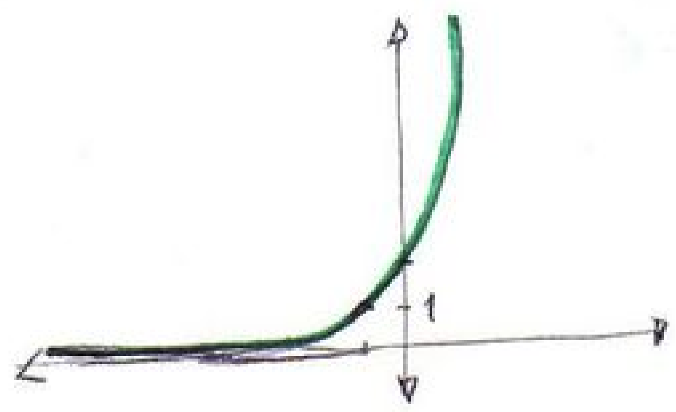
B. $y = x^2 + 1$



C. $y = 2^x + 1$ ✓

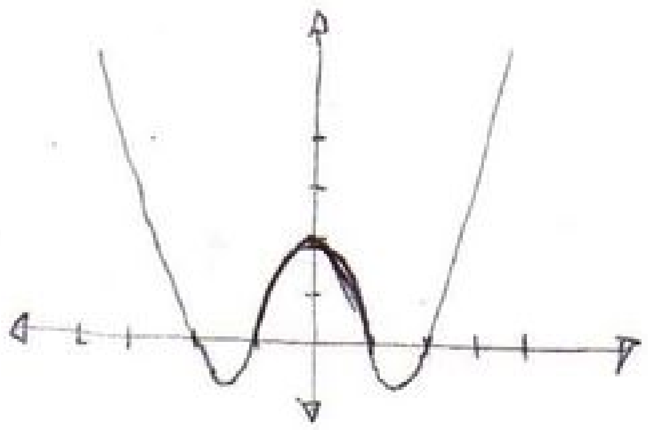


D. 2^{x+1}



$\boxed{74.\ C}$

75.



$f(1) = f(-1)$

$f(2) = f(-2)$

$f(x) = f(-x)$

$\boxed{75.A}$ Por simple inspección

76. $f(x) = (x-3)(x-2) = x^2 - 3x - 2x + 6 = x^2 \underbrace{-5}_{a} x + \underbrace{6}_{b}$

$\boxed{76.D}$

77. Si el area de los rectángulos es fija, (4,6) es el área de un rectángulo con ancho=6 y largo=4. ∴ Area = 24 = largo x ancho

largo = 8 ; ancho = $\frac{24}{8}$ = $\boxed{3 = \text{ancho}}$

$\boxed{77.A}$

Respuestas.

	Mias	.pdf.
58	D	D ✓
59	C	C ✓
60	D	D ✓
61	B	B ✓
62	A	A ✓
63	D	D ✓
64	C	C ✓
65	D	D ✓
66	A	A ✓
67	C	C ✓
68	B	B ✓
69	C	C ✓
70	D	D ✓
71	A	A ✓
72	B	B ✓
73	B	B ✓
74	C	C ✓
75	A	A ✓
76	D	D ✓
77	A	A ✓

El Pdf al que me refiero en la tabla es el que esta publicado en la seccion de descargas de www.pasaralaunacional.com