SOLUCIONARIO DE LA SECCIÓN DE MATEMÁTICAS DE EXÁMENES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA 2006-2010

He tenido la suerte de pasar a la Nacho (Nombre que da el vulgo a la Magnánima Universidad Nacional de Colombia) la primera vez que me presenté. Pero por cuestiones vocacionales me retiré de ingeniería de sistemas para presentarme a medicina. Pues la medicina china me encanta…

En fin… Este proyecto nace por necesidad. La necesidad de retribuir lo que se me ha otorgado y de estudiar para el nuevo examen de admisión. Gracias a www.pasaralaunacional.com y a Cristian Hernández por publicar los exámenes de 2006 a 2010 y por solucionar los de los últimos años, respectivamente.

Este es un gesto de agradecimiento que espero le sirva a mucha gente. Siempre he sido ~~no tan malo~~ medianamente bueno en matemáticas, y la ventaja de que sea matemáticas y no literatura o sociales es que se puede estar más seguro de las respuestas sin temor a la "interpretación subjetiva del sentido de tal o cual palabra…"

La mayoría de ejercicios están resueltos, algunos tienen una que otra demostración… Pero sólo algunos… Cuando me he equivocado en algún ejercicio y la equivocación no ha sido tan infantil, he dejado la huella del error para no caer en el mismo.

Si encuentra alguna errata, señor lector, por favor escríbame a kamiloelgenial@hotmail.com : se lo agradeceré infinitamente.

La idea del solucionario es ver el examen, que lo pueden descargar en http://www.descargas.pasaralaunacional.com/estructura-y-respuestas-de-los-examenes-de-admision-de-la-unal

e ir resolviendo cada problema.

(El examen 2008-1 aún no está publicado. Espero hacerlo pronto.)(Los solucionarios de 2010-1, 2006-2 y 2010-1 están hechos, pero me toca pasarlos para que se vean medio decentes… Esta semana lo hago.)

Algunos símbolos que usé en la solución del examen(si no se entiende alguno, pregúntenme…)

Algunos símbolos usados:

$\therefore$ → "lo que equivale a decir"
$\in$ → "pertenece a"
$|$ → "tal que"
$\wedge$ → "y"
$\emptyset$ → "cero"
$\forall$ → Para todo
$\exists$ → Existe un
$\Rightarrow$ → Entonces
$\vee$ → "o"
→ tachón forma 2
→ tachón
$\cong$ → "congruente"
$\mathbb{R}$ → Números reales
$\mathbb{Z}$ → Números enteros
0 → cero

¡QUE COMIENCE LA FIESTA!

Camilo Alberto Pinzón Galvis

59.

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{q} \therefore \quad \frac{1}{f}=\frac{p+q}{pq} \therefore \quad \boxed{p+q=\frac{pq}{f}}$$

$\boxed{59.\ B}$

60. $x \in \mathbb{R}^+$; $x>1$. ordenados:

$$\frac{1}{x}, \frac{1}{\sqrt{x}}, 1, \sqrt{x}, x$$

pues como $x > \sqrt{x}$

$$\frac{1}{x} < \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$\boxed{60.\ A.}$

61. A.F. $\begin{array}{cc|c} 6 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & \end{array}$ $mcd = 3$. $6 \neq 3$

B. $a \neq b$. $m.c.d(a,b) > m.c.m.(a,b)$

$\begin{array}{cc|c} 6 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & & \end{array}$ $m.c.m = 6$; $m.c.d. = 3$

$3 \not> 6$

$a=6$, $b=3$.

C. $m.c.d(a,b) = a$. $\frac{b}{a} \in \mathbb{Z}^+$; $\left(\frac{b}{a}\right)^k \in \mathbb{Z}^+$.

Verdadero

D. $m.c.m(a,b) = 6$. $6 \not< 3$

$\boxed{61.\ C}$

62.

$y = mx + b$; $\overset{b=\emptyset}{y = mx}$; $y = \frac{3}{2}x$.˙. si $x=4 \Rightarrow \boxed{y = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6}$

si $y = 21 \Rightarrow x = \frac{2}{3}\boxed{x = 14}$

$\boxed{62.\ D}$

63. suponiendo que el computador ~~cuesta~~ ~~te~~ no contiene el precio del disco duro (porque hablan de un "sistema nuevo", que seguramente se refiere a computador + disco duro), tenemos:

$$\begin{cases} x + y = 290 \times 10^4 \\ 5x + 3y = 1305 \times 10^4 \end{cases}$$

$$15 \cdot \left[\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y\right] = \left[870 \times 10^3\right] \cdot 15$$

$$\begin{array}{r} 87. \\ \times 15 \\ \hline 435 \\ 87 \\ \hline 1305 \end{array}$$

$$5x + 3y = 87 \cdot 15 \times 10^4$$

$$5x + 3y = 1305 \times 10^4$$

$\boxed{63.\ D}$

64. $3+\sqrt{3x+1}=x \therefore$ $\boxed{x \geq 3}$

$x-3=\sqrt{3x+1} \therefore (x-3)^2=3x+1$ $x \geq -\frac{1}{3}$ $\therefore x^2-6x+9=3x+1$

$x^2-9x+8=\emptyset \therefore (x-1)(x-8)$ es decir... $x=1 \vee x=8$

Tiene sólo una ~~raíz~~ solución ya que $x=1$ no se toma porque en la ecuación original $x-3 \geq 0$ se satisface cuando $x \geq 3$, lo que me genera un valor absoluto que no toma $x=1$.

$\boxed{64. B}$

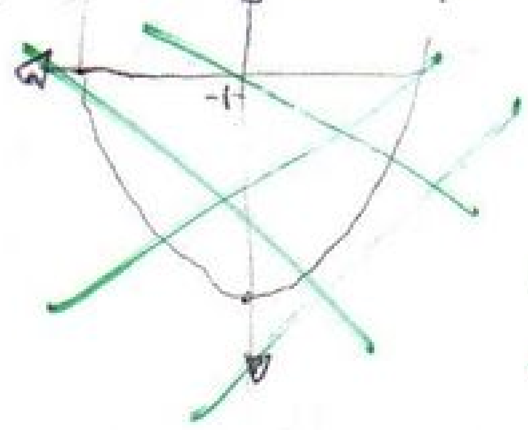
65. ~~C. una parábola ; pues -10 es el incremento en la ordenada y 5 una constante q. aumenta la abertura.~~ No es tal cosa pues se iguala a cero y crea problemas...

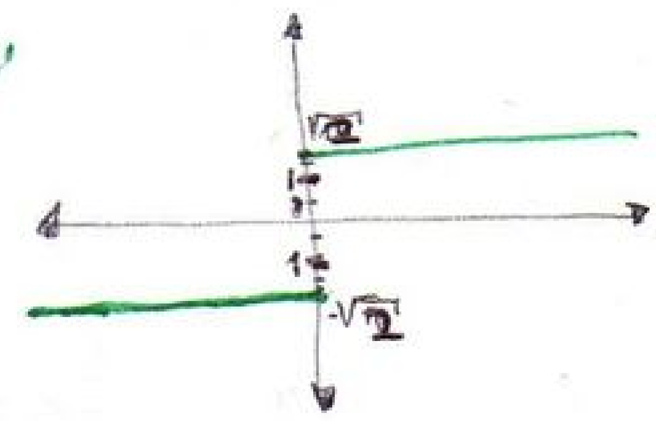
$5x^2-10=0$

$x^2=\frac{10}{5}$

$\sqrt{x^2}=\sqrt{\frac{10}{5}}$

$x=\begin{cases}\sqrt{2} & si\ x \geq 0\\ -\sqrt{2} & si\ x<0\end{cases}$





~~65. C~~

$\boxed{65. A}$

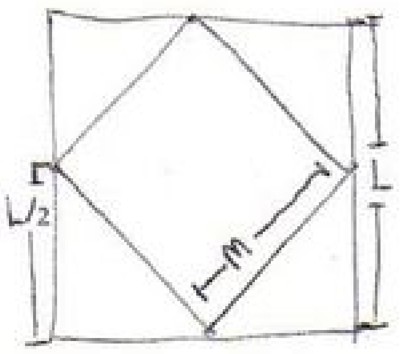
66. Los Δs(triangulos) semejantes guardan una proporcionalidad directa con cada lado correspondiente del triangulo a quien se asemejan.

En este caso es un factor = 2.5.

$6 \times 2.5 = 15.$ $15+12+10=37=$ Perímetro

$\boxed{66. C}$

67. Lado $=\frac{P}{4}$ $L=\frac{P}{4}$ $\boxed{\frac{L}{2}=\frac{P}{8}}$ $\left(\frac{L}{2}\right)^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2=m^2 \therefore \frac{L^2}{4}+\frac{L^2}{4}=m^2$



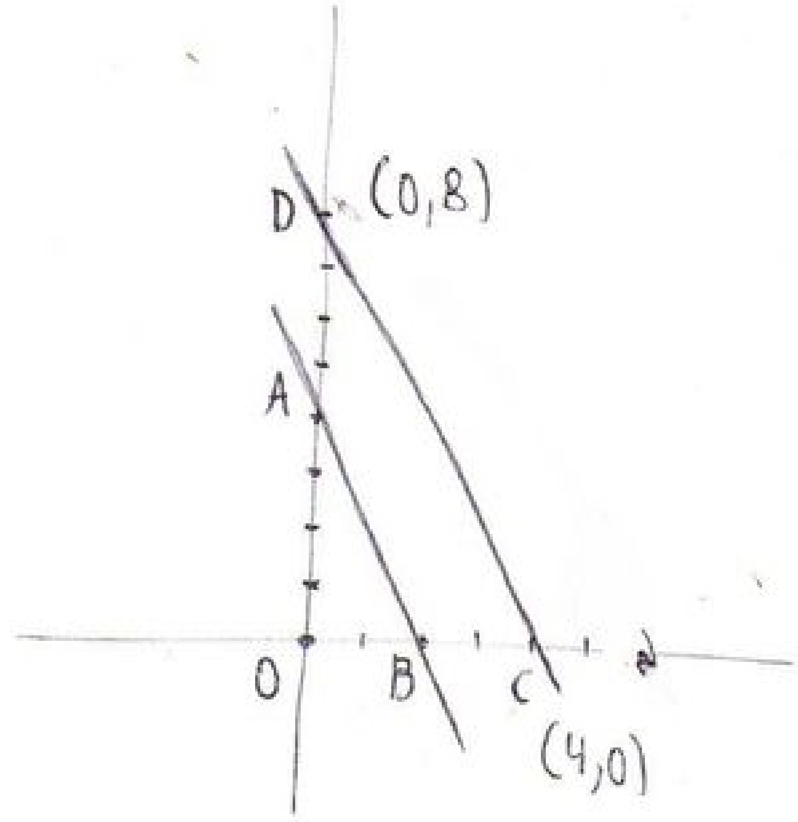
$\frac{2L^2}{4}=m^2 \therefore \frac{L^2}{2}=m^2 \therefore m=\frac{L}{\sqrt{2}}$

Perímetro Pedido $= N=\frac{L}{\sqrt{2}} \times 4 = \frac{4L}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot L \cdot 2}{\sqrt{2}}$

$N=2\sqrt{2}L=\frac{2\sqrt{2}\cdot P}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}P$ R/A.

$\boxed{67. A}$

68.



Como los triángulos son semejantes y la pendiente es negativa,

$OB \cdot 2 = OC \therefore 2 \cdot 2 = 4$
$OA \cdot 2 = OD \therefore 4 \cdot 2 = 8$
$AB \cdot 2 = DC \therefore 2\sqrt{5} \cdot 2 = 4\sqrt{5}$

$$\begin{array}{r|l} 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$AB^2 = 2^2 + 4^2 = 20^2 \quad AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$DC^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80 ; \; DC = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

La pendiente ^{m} de la recta es:

$$\frac{D_y - C_y}{D_x - C_x} = \frac{8 - \emptyset}{0 - 4} = \boxed{-2 = m}$$

el incremento ^{b} en y de la recta es:

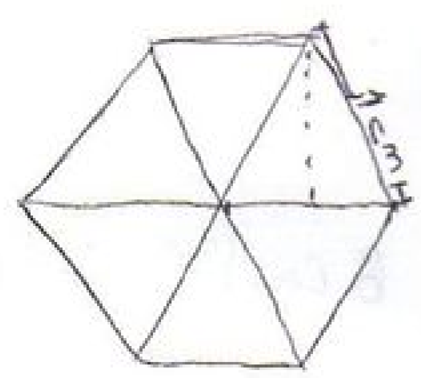
$y = mx + b$ con $x = \emptyset$

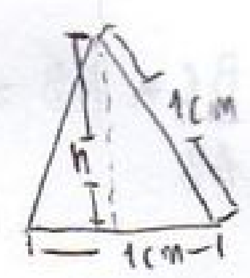
$y = b$; $\boxed{b = 8}$ pues en $x = \emptyset$, $y = 8$. $(0,8)$

$$y = mx + b = \boxed{-2x + 8 = y}$$

$\boxed{68.\ C}$

69.





$A_{Trian} = \frac{B \cdot h}{2} \quad h^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$\boxed{h = \frac{\sqrt{3}}{2}}$

$$A_{Tri} = \frac{1cm * \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$A_{Tri} = \frac{\sqrt{3}}{2} \div 2 = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

A_H = Area Hexagono.
L = longitud varilla

$$A_H = \frac{\sqrt{3}}{4} * 6 = \frac{3\sqrt{3}}{2}\ cm^2$$

Volumen Varilla $= V_v = A_H * L = \frac{3\sqrt{3}\,cm^2}{2} * 200\ cm$

$$V_v = 300\sqrt{3}\ cm^3$$

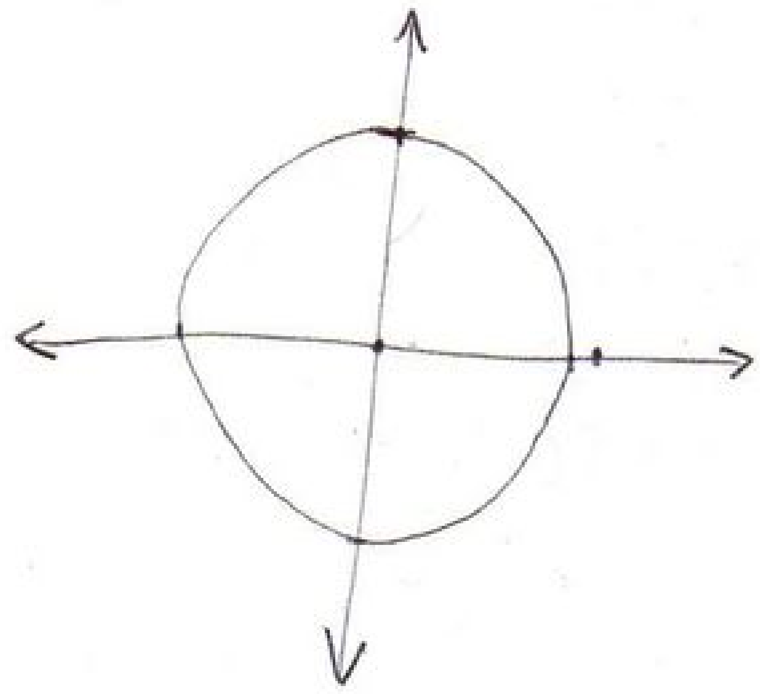
el peso de la varilla...

$$d = \frac{m}{V} \therefore m = d \cdot V \therefore m = 7{,}8\ \frac{gr}{\cancel{cm^3}} * 300\sqrt{3}\ \cancel{cm^3} = \boxed{2340\sqrt{3}\ gr}$$

$\boxed{69.D}$

$$\begin{array}{r} 300 \\ 7.8 \\ \hline 2400 \\ 21 \\ \hline 2340.0 \end{array}$$

70. $\alpha + \beta = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$



A. $\operatorname{Sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$ V

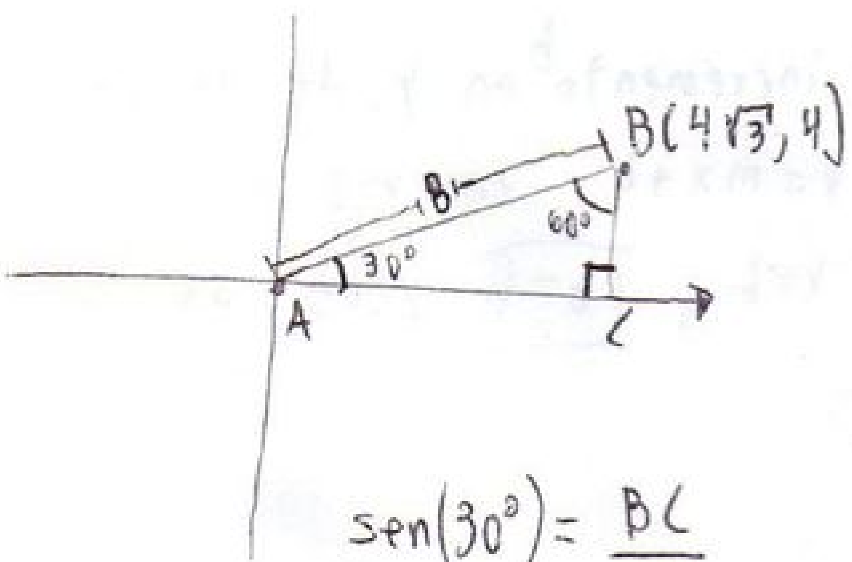
B. $\tan\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{0} = \text{ind.}$ V

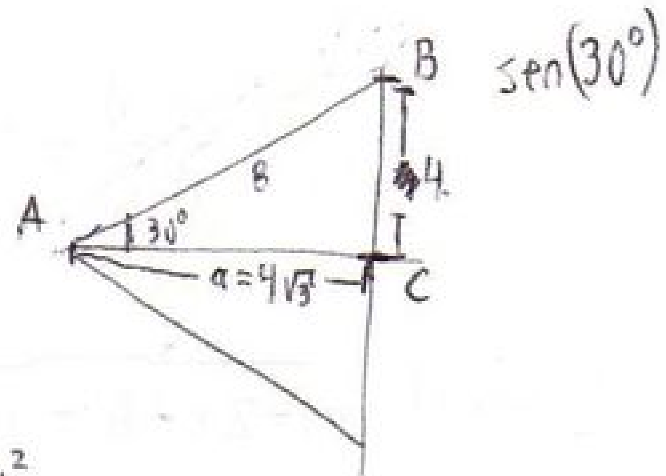
C. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. F.

D. $\cot\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{0}{1} = \emptyset$. F.

$\boxed{70.B}$

71.





$a^2 = 8^2 - 4^2$

$a^2 = 64 - 16 = 48$

$a = \sqrt{48} = \boxed{4\sqrt{3}}$

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$\operatorname{sen}(30^\circ) = \frac{BC}{AB}$

$\boxed{8 \operatorname{sen} 30^\circ = BC}$

$AB = 8.$ $\quad \frac{BC}{\cancel{AB}} * \cancel{AB} = \boxed{BC}$

$\cos(30^\circ) = \frac{AC}{AB}$. $\frac{AC}{\cancel{AB}} * \cancel{AB} = AC.$ $\quad 8\cos(30^\circ) = AC.$

en el sistema de coordenadas...

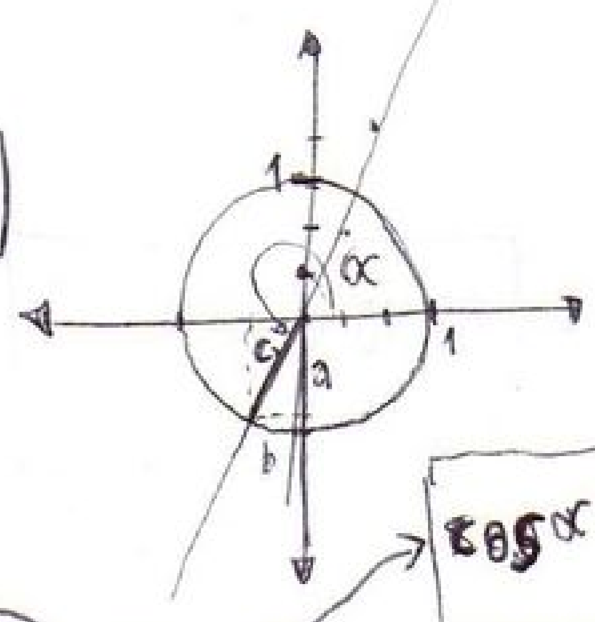
$\boxed{B = (8\cos 30^\circ, 8\operatorname{sen} 30^\circ)}$

$\boxed{71.C}$

$\frac{-1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$

72.

$\boxed{72.A}$

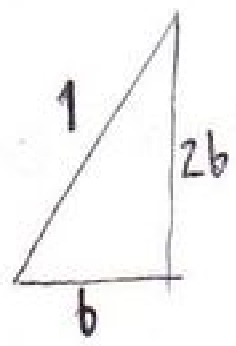


$y = 2x$

$c = 1$

$a = 2b$

b



$b^2 + (2b)^2 = 1^2$

$b^2 + 4b^2 = 1$

$5b^2 = 1$

$b^2 = \frac{1}{5}$

$\boxed{b = \frac{1}{\sqrt{5}}}$

$a = 2b$

$\boxed{a = \frac{2}{\sqrt{5}}}$

$\boxed{c = 1}$

$\boxed{\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}}$ $\boxed{\tan\alpha = 2}$

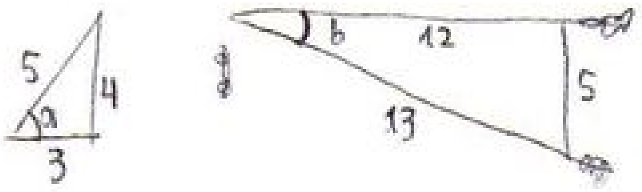
$\boxed{\operatorname{sen}\alpha = \frac{-2}{\sqrt{5}}}$

$\cos\alpha = \frac{-\sqrt{5}}{5}$

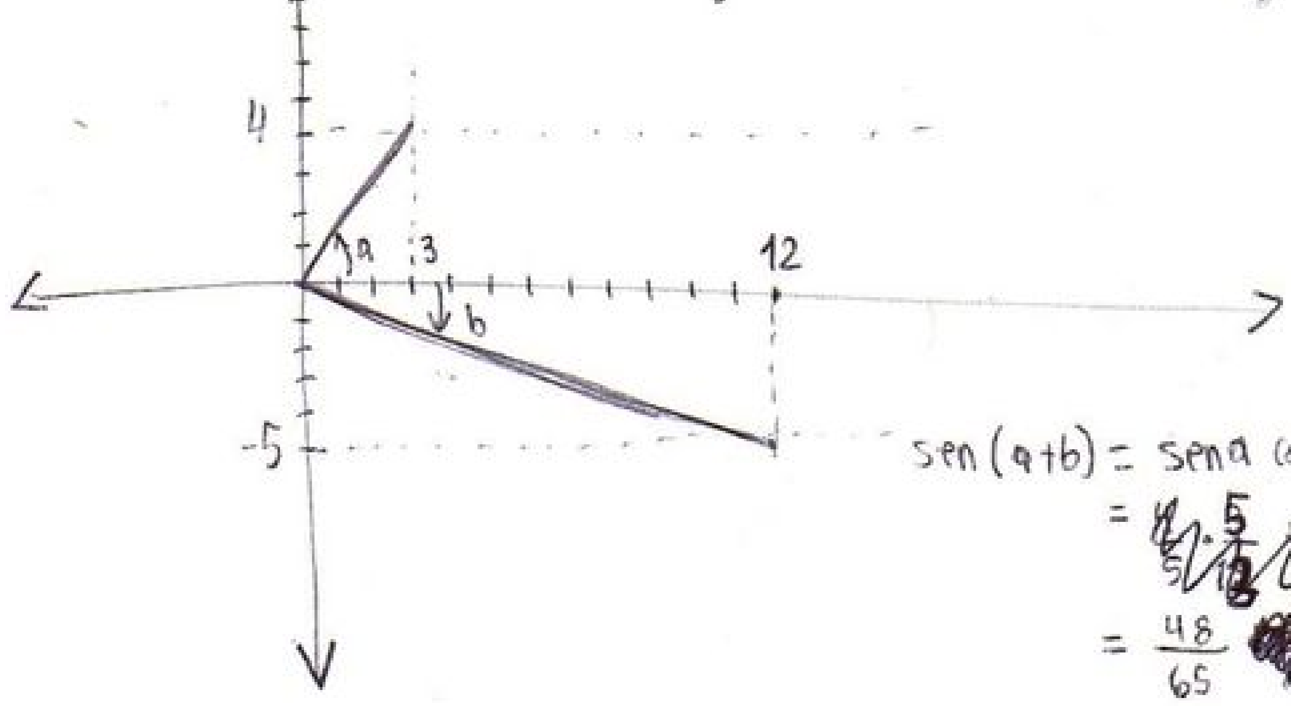
$\operatorname{sen}\alpha = \frac{-2\sqrt{5}}{5}$

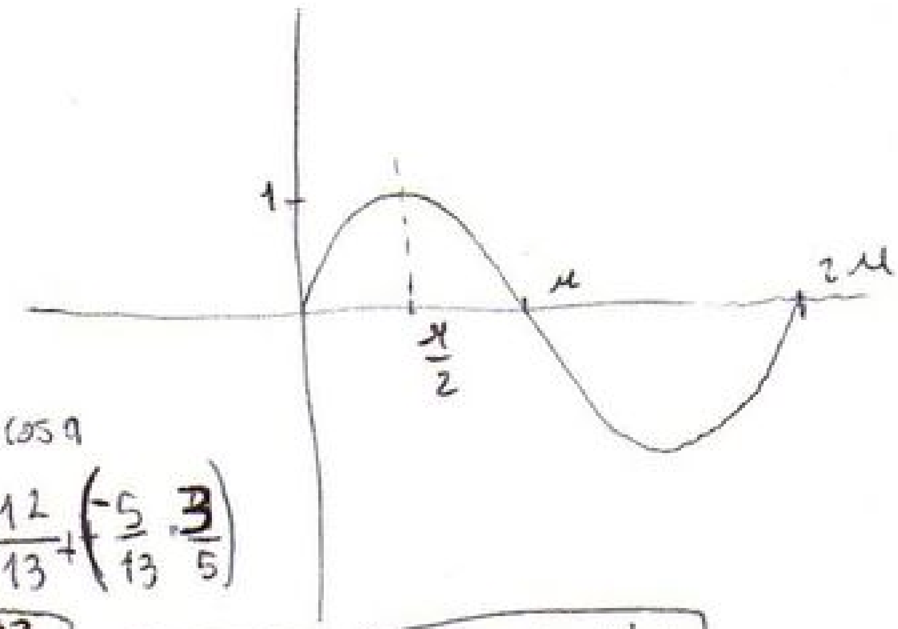
$\boxed{\tan\alpha = \frac{-2}{\sqrt{5}} \div \frac{-1}{\sqrt{5}} = 2}$

73.



$12^2+5^2 = 144+25$
$= 169 = 13.13$





$sen(a+b) = sen\,a \cos b + sen\,b \cos a$
$= \cancel{\tfrac{4}{5}\cdot\tfrac{5}{13} + \tfrac{5}{13}\cdot\tfrac{3}{5}} = \frac{4}{5}\cdot\frac{12}{13} + \left(-\frac{5}{13}\cdot\frac{3}{5}\right)$
$= \frac{48}{65} - \frac{15}{65} = \boxed{\frac{33}{65}}$ Pues sen b es negativo

~~Gráficamente, podemos concluir que a+b está cerca a 90°, es decir, $\frac{\pi}{2}$.~~
~~como $sen\frac{\pi}{2} = 1$; el valor de sen(a+b) debe estar cerca a 1, por tanto, sen(a+b) = $\frac{63}{65}$~~

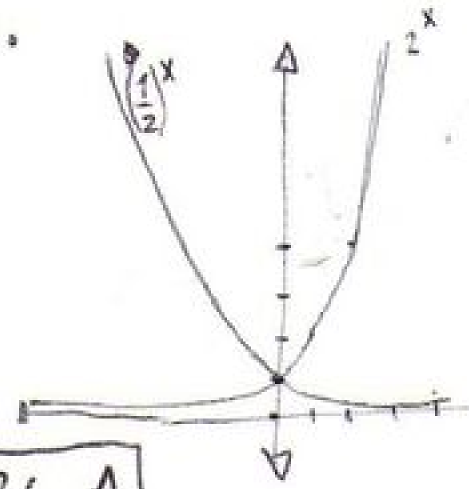
El problema estaba en los signos. ¡MALDITOS signos!

~~73.A~~ 73.B

74.A No me acuerdo, pero estoy 70% seguro...

75.C Por simple inspeccion

76.



Por inspección, Observacion o...

76.A

77. A. $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{5}\right)$ $f(x)=x^2$. $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$. $\frac{1}{4} > \frac{1}{5} \therefore \frac{1}{5}$ no esta en la región.

B. $\left(\frac{1}{3},\frac{3}{7}\right)$ 30 | 7 → 0.42; 1 | 3 → 0.33 $0.42 > 0.33$. está encima de $g(x)=x$.

C. $\left(\frac{1}{3},\frac{1}{10}\right)$ $f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9} > \frac{1}{10}$. está por debajo de $f(x)$.

D. $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{8}\right)$ $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}=\frac{2}{8}$ $\frac{2}{8} < \frac{3}{8}$; $\frac{1}{2} > \frac{3}{8}$ por debajo de g(x) por encima de f(x)

77.D

Respuestas

	Mias	Pdf	
59	B	B	✓
60	A	A	✓
61	C	C	✓
62	D	D	✓
63	D	D	✓
64	B	B	✓
65	~~X~~ A	A	✓
66	C	C	✓
67	A	A	✓
68	C	C	✓
69	D	D	✓
70	B	B	✓
71	C	C	✓
72	~~A~~ D	D	✓
73	~~A~~ B	B	✓
74	A	A	✓
75	C	C	✓
76	A	A	✓
77	D	D	✓
78	~~A~~ B	B	✓

78. $fg(x) = \begin{cases} sen\,x & si\ x \geq 0 \\ 0 & si\ x < 0 \end{cases}$; No era fg(x) sino fg(x)+1.

$\frac{8}{10} = 4$

78.B ~~78.A~~ Graficas coinciden!

Estupidez por apuros!!!